Géométrie dans l'espace

Exercice N°1 Indiquer toutes les réponses correctes.

1) Soit ABCDEFGH un cube d'arrête 1 alors $\overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BD} =$ a) $\overrightarrow{DH}$; b) $\frac{\sqrt{2}}{2}\overrightarrow{DH}$; c) $\sqrt{2}\overrightarrow{AE}$.

2) Soient $\vec{U}$ *et* $\vec{V}$ deux vecteurs de l'espace alors $\vec{U} \wedge \vec{V} =$ a) $\vec{V} \wedge \vec{U}$; b) ; $\left(-\vec{V}\right) \wedge \vec{U}$; c) $-\left(\vec{V} \wedge \vec{U}\right)$.

3) L'ensemble des points M tels que : $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AC} = 0$ est

a) la droite (AC) ; b) le plan passant par A et de vecteur normal $\overrightarrow{AC}$; c) la droite perpendiculaire à (AC) en A.

4) L'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{AM} \wedge \overrightarrow{BM} = \vec{0}$ est a) La droite (AB) ; b) un plan ; c) $\{A, B\}$

5) L'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{MC} \wedge \overrightarrow{AB} = \vec{0}$ est

a) la droite $\left(C, \overrightarrow{AB}\right)$; b) le plan passant par C et de vecteur normal $\overrightarrow{AB}$; c) Le plan (ABC).

6) A, B et C trois points de l'espace tel que ABC est un triangle isocèle en A. L'ensemble des points M de l'espace tel que : $\left(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right) \wedge \overrightarrow{MA} = \vec{0}$ est a) le plan ABC ; b) la médiatrice de [BC];c) la droite parallèle à (BC) passant par A.

7) Si $\vec{U}$ *et* $\vec{V}$ sont deux vecteurs de l'espace tels que $\left\|\vec{U}\right\| = 2, \left\|\vec{V}\right\| = 3$ et $\vec{U}.\vec{V} = -3$ alors

a) $\left\|\vec{U} \wedge \vec{V}\right\| = 6$; b) $\left\|\vec{U} \wedge \vec{V}\right\| = 3\sqrt{3}$; c) $\left\|\vec{U} \wedge \vec{V}\right\| = \frac{3}{2}$.

8) Soit A, B et C trois points non alignés l'ensemble des points M de l'espace vérifiant $\left(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\right)\overrightarrow{AM} = 0$ est :

a) Le plan passant par A et de vecteur normal $\overrightarrow{AB}$; b) Le plan (ABC) ; c) La droite perpendiculaire au plan (ABC) en A.

9) Soit A, B et C trois points non alignés l'ensemble des points M de l'espace vérifiant $\left(\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\right) \wedge \overrightarrow{AM} = \vec{0}$ est :

a) Le plan passant par A et de vecteur normal $\overrightarrow{AB}$; b) Le plan (ABC) ; c) La droite perpendiculaire au plan (ABC) en A.

Exercice N°1 1) a) ; 2) b) et c) ; 3) b) ; 4) a) ; 5) a) ; 6) b) ; 7) b) ; 8) b) ; 9) c)

Exercice N°2 vrai - faux

$\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$ un repère de l'espace .

1) Soit $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ deux vecteurs de l'espace tels que $\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{0}$ *et* $\vec{u} \neq \vec{0}$ alors on a $\vec{v} = \vec{0}$.

2) L'image d'un plan d'équation x+y=0 par une translation de vecteur $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ est un plan d'équation x+y-2=0.

3) L'application f qui à M(x,y,z) associe le point $\begin{cases} x' = -3x + 8 \\ y' = -3y - 20 \\ z' = -3z + 16 \end{cases}$ est une homothétie de centre $\Omega(2, -5, 4)$ et de rapport-3

4) Soit ABC un triangle de centre de gravité G alors l'ensemble des points M du plan tels que $\overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ est la droite (OG).

5) Soit t un réel strictement positif et différent de 1. On donne les points $I(\ln t, -\ln t, 2\ln t)$ *et* $J(2\ln t, 0, -\ln t)$

a) $S_t = \left\{M \in E \text{ tel que } \overrightarrow{MI_t}.\overrightarrow{MJ_t} = 0\right\}$ est la sphère de centre $\Omega\left(\frac{3}{2}\ln t, -\frac{1}{2}\ln t, \frac{1}{2}\ln t\right)$ *et de rayon* $R_t = \frac{\sqrt{11}\ln t}{2}$.

b) Le plan d'équation cartésienne x+y-z=0 et la sphère S_e $(t = e)$ sont tangents.

6) Soient $\vec{u}$ *et* $\vec{v}$ deux vecteurs de l'espace $\left\|\vec{u} \wedge \vec{v}\right\| = \left\|\vec{u}\right\|.\left\|\vec{v}\right\| \Leftrightarrow \vec{u} \perp \vec{v}$.

7) Soient $\vec{u}$, $\vec{v}$ *et* $\vec{w}$ trois vecteurs de l'espace si $\left(\vec{u} \wedge \vec{v}\right) \wedge \vec{w} = \vec{0}$ *alors* $\vec{u}.\vec{v} = \vec{v}.\vec{w} = 0$.

8) Soient $\vec{u}$, $\vec{v}$ *et* $\vec{w}$ trois vecteurs de l'espace si $\left(\vec{u} \wedge \vec{v}\right) \wedge \vec{w} = \vec{u}$ *alors* $\vec{u}.\vec{w} = 0$.

Exercice N°2 1) F ; 2) V ; 3) V ; 4) V ; 5) a)F ;b) F ; 6) V ; 7) F ; 8) V

Exercice N°3 On considère un cube ABCDEFGH d'arrête 1.

1) a) Exprimer plus simplement $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}$.

b) En déduire que $\overrightarrow{AG}.\overrightarrow{BD} = 0$ *et* $\overrightarrow{AG}.\overrightarrow{BE} = 0$ puis que la droite (AG) est perpendiculaire au plan (BDE).

Devoir.th
Toutes les matières, tous les niveaux...